

УДК 621.791.75

Куций А. М.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАВЛЕНИЯ ПОКРЫТИЯ ЭЛЕКТРОДОВ С ЭКЗОТЕРМИЧЕСКИМИ ДОБАВКАМИ

В нашей стране, как и за рубежом, широко распространенным является изготовление металлоконструкций из низко- и среднеуглеродистых сталей с помощью ручной дуговой сварки. Одним из способов повышения производительности (увеличение коэффициента расплавления, повышение скорости плавления) данного процесса является применение экзотермических смесей [1].

В этом случае покрытие следует рассматривать как гетерогенную систему, т. к. она представляет собой смесь частиц компонентов покрытия, способных к химическому взаимодействию. Реакция протекает в режиме распространения зоны горения в процессе плавления электрода. Согласно [2] зона горения в таких системах распространяется по конденсированной среде исходная смесь в зоне прогрева, реагирующая смесь и продукты в зоне интенсивной реакции находятся в конденсированном состоянии. Теоретический анализ закономерностей распространения зоны горения в гетерогенных конденсированных средах (гетерогенных КС) сталкивается с рядом принципиальных трудностей, обусловленных спецификой химического превращения в гетерогенных системах.

Необходимым условием протекания реакции в смесевых системах типа электродных покрытий является предварительное смешение реагентов на стадии их изготовления. В конденсированных смесях ввиду малых скоростей взаимного транспорта компонентов стадия смешения является, как правило, лимитирующей. Поэтому модель процесса горения в гетерогенных КС должна в той или иной форме включать механизм переноса реагентов в неизотермических условиях, реализующихся в зоне плавления электродов. Это может привести к сложному многомерному распределению температуры в реакционной зоне [3].

Цель работы – разработка математической модели распространения тепловой реакции при плавлении электрода с экзотермическими добавками.

В качестве схемы взаимодействия реагентов принята элементарная модель реакционной диффузии, которая предполагает, что при взаимном контакте исходных компонентов, образуется новая фаза – продукт реакции. Состав этой фазы (т. е. отношение между исходными компонентами) не является строго определенным, а может меняться в некоторых пределах (область гомогенности), определяемых фазовой диаграммой данной конкретной системы. Перераспределение концентраций в слое продукта (в пределах области гомогенности) не сопровождается заметным тепловым эффектом, основное тепловыделение происходит непосредственно в момент образования новой фазы, т. е. на границах раздела фаз. Скорость тепловыделения определяется скоростью транспорта реагентов через слой продукта [4].

Следует подчеркнуть, что в рассматриваемой модели влияние неоднородности поля температур при горении выражено в наибольшей степени, поскольку принятый механизм взаимодействия соответствует отдельно локализованному тепловыделению (на поверхности раздела фаз).

Структура среды периодична по пространству (рис. 1, а), с периодом $l = l_1 + l_2$ (рис. 1, б), который характеризует гетерогенность системы; l_1 и l_2 – толщина слоев веществ I и II (в качестве которых можно применять, например, окалину и алюминиевый порошок) в начальном состоянии. Поэтому достаточно рассмотреть один из элементов этой структуры, например, область А.

Кривые $y_1(x)$ и $y_2(x)$ отделяют продукт III от исходных компонентов I и II на участке протекания экзотермической реакции. Диффузионный перенос через слой продукта приводит к перемещению границ $y_1(x)$ и $y_2(x)$ в процессе плавления. На этих границах выделяется тепло в результате перехода исходных компонентов I и II в фазу продукта III.

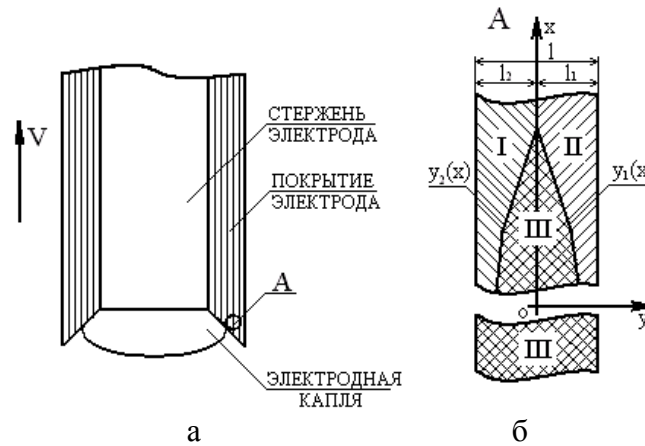


Рис. 1. Схема плавления электрода и его покрытия (а) и выделенного элементарного объема зоны экзотермической реакции (б)

Задача о стационарном распространении фронта плавления в данной, слоевой системе сводится к совместному рассмотрению процесса неизотермической диффузии в области с подвижными границами и процесса распространения тепла под действием тепловых источников на этих границах. Соответствующее уравнение в системе координат, движущейся вместе с зоной горения в направлении оси Ox , имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 v \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial c}{\partial y} \right); \quad (y_1(x) \leq y \leq y_2(x)); \\
 v \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(a \frac{\partial T}{\partial y} \right); \quad (l_1 \leq y \leq l_2); \\
 y = y_1, (l_1' \leq y_1 \leq 0): c = c_1, D \left(\frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial c}{\partial x} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x} \right) = v \cdot c_1 \frac{\partial y_1}{\partial x}; \\
 \left[a \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{dy_1}{dx} - \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] = \frac{Q}{c_T} \cdot v \frac{dy_1}{dx}; \\
 y = y_2, (0 \leq y_2 \leq l_2'): c = c_2, D \left(\frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial c}{\partial x} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial x} \right) = v \cdot (1 - c_2) \frac{\partial y_2}{\partial x}; \\
 \left[a \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{dy_2}{dx} - \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] = \frac{Q}{c_T} \cdot v \frac{dy_2}{dx}; \\
 x \rightarrow -\infty, y_1 = l_1', y_2 = l_2', \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \\
 x \rightarrow +\infty, T = T_H, y_1 = y_2 = 0,
 \end{array} \right. \quad (1)$$

где T_H – начальная температура системы, К; v – скорость горения, м/с; D – коэффициент реакционной диффузии; a – коэффициент температуропроводности, В м/град; c_T – удельная теплоемкость, град/см³; Q – тепловой эффект образования фазы III, кДж; l_1' и l_2' – положение границ раздела фаз (расстояние от оси Ox) в конечном состоянии.

Коэффициент диффузии является экспоненциальной функцией температуры [2]:

$$D(T, c) = D_0(c) \exp\left(\frac{-E}{RT}\right), \quad (2)$$

где E – энергия активации диффузии.

Если начальная толщина слоев исходных компонентов удовлетворяет неравенству:

$$c_2 \geq \left(\frac{l_2}{l}\right) \geq c_1,$$

то
$$l'_1 = l_1, l'_2 = l_2, l' = l,$$

где $l' = l'_1 + l'_2$ – толщина слоя продукта экзотермической реакции в конечном состоянии.

Если хотя бы одно из этих неравенств не выполняется, то конечная толщина слоя продуктов l' меньше, чем l (в процессе горения один из компонентов расходуется не полностью). Это возможно в случае неправильной подготовки шихтовой композиции.

В общем случае положение границ в конечном состоянии определяется соотношениями:

$$l'_1 = l_1 \cdot \left(\frac{l_2}{l} - c_1\right) + \frac{1-c_1}{c_1} \cdot l_2 E \left(c_1 - \frac{l_2}{l}\right);$$

$$l'_2 = \frac{c_2}{1-c_2} \cdot l_1 E \left(\frac{l_2}{l} - l_2\right) + l_2 E \left(c_2 - \frac{l_1}{l}\right), \quad (3)$$

где $E(a) = 1$ при $a > 0$, $E(a) = 0$ при $a < 0$, $E(a) = 0,5$ при $a = 0$.

Для упрощения решения системы (1) введем безразмерный малый параметр ε :

$$\varepsilon = \frac{D_{\max}}{a_{\max} \cdot g}, \quad (4)$$

где D_{\max} , a_{\max} – максимальные значения D и a в рассматриваемом диапазоне температур и концентраций:

$$g = RT_z^2 \cdot \frac{E}{(T_z - T_H)}.$$

Для конденсированных систем $(D_{\max}/a_{\max}) < 10^{-3}$, в условиях горения $\gamma \sim 0,1$ [2], поэтому $\varepsilon < 10^{-2}$.

Анализ системы (1) с учетом малости параметра ε показывает, что перепады температур в перпендикулярном слоям направлении (в направлении OY) очень малы. Поэтому можно считать, что распределение температур при горении имеет почти одномерный характер вдоль распространения фронта, т. е. $T = T(x)$.

Абсолютный размер зоны реакции x_p во много раз превышает характерный размер слоев ($x_p \sim l\varepsilon^{1/2}$). В результате границы раздела фаз оказываются сильно вытянутыми в продольном направлении (почти параллельны OX).

При таком расположении границ процесс диффузии происходит практически в перпендикулярном распространению фронта направлении (в направлении OY).

Отсутствие заметных перепадов температур в поперечном слоям направлении позволяет усреднить по y уравнение теплопроводности, входящее в (1):

$$\frac{d}{dx} \left(a \cdot \frac{dT}{dx} \right) + v \cdot \frac{dT}{dx} + \frac{l}{c_T} \cdot \Phi = 0, \quad \Phi = \frac{Q}{c} \cdot v \frac{dd}{dx};$$

$$x \rightarrow \infty : T = T_H, \quad x \rightarrow -\infty : \left(\frac{dT}{dx} \right) = 0, \tag{5}$$

где $\Phi(T, d)$ – скорость тепловыделения; $d(x) = y_2(x) - y_1(x)$ – толщина слоя продукта III в данном сечении зоны экзотермической реакции.

Вид функции $\Phi(T, d)$ был определен из решения уравнения диффузии. Ввиду того, что диффузия происходит практически только в направлении OY , а $T = T(x)$, уравнение диффузии и соответствующие граничные условия в (1) принимают вид (при $\varepsilon \rightarrow 0$):

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[D_0(c) \cdot \frac{\partial c}{\partial y} \right]; (y_1 \text{ } \mathbf{p} \text{ } y_2); y = y_1; (l'_1 \text{ } \mathbf{p} \text{ } 0): c = c_1; D_0 = \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y_1} = -c_1 \frac{dy_1}{dt};$$

$$y = y_2; (0 \text{ } \mathbf{p} \text{ } l'_2): c = c_2; D_0 = \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y_2} = (1 - c_2) \frac{dy_2}{dt}; \tag{6}$$

$$y_1 = l'_1; y_2 = l'_2; \frac{\partial c}{\partial y} = 0; t = 0; y_1 = y_2 = 0,$$

где новая переменная τ определяется соотношением:

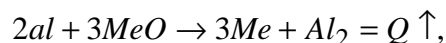
$$dt = \frac{1}{v} \exp \left(-\frac{E}{RT} \right) dx.$$

Система (6) тождественна системе уравнений, решение которой определяет скорость движения границ раздела фаз в рассматриваемой слоевой системе при изотермическом протекании процесса. Согласно рекомендациям [5] уравнение, определяющее скорость образования слоя продукта экзотермической реакции, примет вид:

$$v \frac{dd}{dx} = j(d, T); (d \text{ } \mathbf{p} \text{ } l'); x \rightarrow \infty, d = 0,$$

где $j(d, T)$ – та же функция, которая входит в кинетическое уравнение $\frac{\partial d}{\partial T} = j(d, T)$, определяющее нарастание слоя продукта в изотермических условиях.

Если оба компонента и продукт реакции плавятся при температурах, существенно меньших, чем температура горения T_2 , например, при взаимодействии алюминия (реже магния) с оксидами различных металлов при экзотермической реакции по схеме:



то принципиально не исключено полное или частичное смешение компонентов на молекулярном уровне до начала зоны реакции.

В этом случае начавшееся горение протекает быстро с оптимальным тепловым эффектом. Например, при использовании Fe_2O_3 $Q = 854$ кДж [5]. Это возможно при следующей идеализированной структуре среды (рис. 2): одинакового размера сферические частицы компонента A , имеющего более высокую температуру плавления (MeO), равномерно окружены более легкоплавким компонентом $B(Al)$.

Для нахождения скорости тепловыделения среда была условно разделена на отдельные ячейки размером R_0 (было принято, что частицы компонента, имеющего более высокую температуру плавления, окружены соответствующим сферическим слоем другого компонента, рис. 2). R_0 является, в данном случае, масштабом внутренней гетерогенности.

Изменение отношения r_0/R_0 соответствует изменению соотношения между исходными компонентами и температуры горения системы. Реакция протекает в диффузионном режиме, максимум скорости тепловыделения находится вблизи температуры плавления T_{nl} и определяется по формуле:

$$v_T = A \frac{\sqrt{D(T_{nl})} \frac{r_l}{c_T}}{r_0} \cdot \frac{T_2 - T_0'}{T_{nl} - T_0'}$$

где A – численный коэффициент, зависящий от соотношения между компонентами в начальной смеси; T_{nl} – температура плавления частиц; $D = D_0 \exp\left(\frac{-E}{RT}\right)$ – коэффициенты диффузии; L_i – теплоты плавления компонентов; r_0 – расстояние от центра ячейки.

$$T_0' = T_0 - \left(\frac{L_1}{c_T}\right) \cdot \left(\frac{r_0}{R_0}\right)^3 - \left(\frac{L_2}{c_T}\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{r_0}{R_0}\right)^3\right].$$

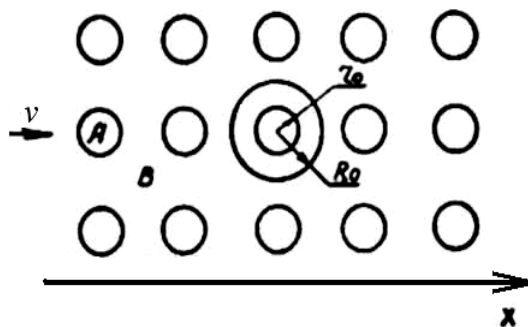


Рис. 2. Идеализированная структура среды

Анализ модели показал, что для равномерности протекания процессов плавления покрытия при выбранной схеме расположения слоев необходимо максимальное количество теплоты получения продукта реакции.

ВЫВОДЫ

Данная математическая модель позволяет описать качественные закономерности процесса горения на основе анализа идеализированной модели, учитывающей основные свойства различных систем. Модель может быть применена при определении рецептуры экзотермической смеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сидоров А. И. Восстановление деталей машин напылением и наплавкой / А. И. Сидоров. – М. : Машиностроение, 1987. – 187 с.
2. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике / Д. А. Франк-Каменецкий. – М. : Наука, 1977. – 340 с.
3. Кассов В. Д. Совершенствование состава электродного покрытия основного типа / В. Д. Кассов, А. Ф. Власов, А. М. Куций // Захист металургійних машин від поломок : міжвузів. тематич. зб. наук. праць. – Маріуполь : ПДТУ. – 2008. – Вип. 10. – С. 207–214.
4. Сапченко И. Г. Особенности получения литья из термитных сталей / И. Г. Сапченко, С. Г. Жилин, О. Н. Комаров // Заготовительные производства в машиностроении. – 2008. – № 8. – С. 3–6.
5. Сапченко И. Г. Применение термитных прибылей при получении стальных отливок / И. Г. Сапченко, С. Г. Жилин, О. Н. Комаров // Литейное производство. – 2009. – 6. – С. 33–36.